

Les grammaires

Exercice 1

Pour chacune des grammaires suivantes :

1. Générer quelques phrases à l'aide de dérivations successives ;
2. Préciser leur longueur.

$$\text{Gex1} = (\{a,b,c\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aSbSa \mid c\})$$

$$\text{Gex2} = (\{a,b,ch,d\}, \{S,A,B,C\}, S, \{S \rightarrow BCaCbbA ; A \rightarrow CaCbb \mid \varepsilon ; Ca \rightarrow ba ; Cbb \rightarrow da ; B \rightarrow cha\})$$

$$\text{Gex3} = (\{a,b\}, \{S,A\}, S, \{S \rightarrow Aa \mid bA ; A \rightarrow Sa \mid bS\})$$

Exercice 2

Pour chacune des grammaires suivantes, donner leur type.

$$\text{Gex1} = (\{a,b,c\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aSbSa \mid c\})$$

$$\text{Gex2} = (\{a,b,ch,d\}, \{S,A,B,C\}, S, \{S \rightarrow BCaCbbA ; A \rightarrow CaCbb \mid \varepsilon ; Ca \rightarrow ba ; Cbb \rightarrow da ; B \rightarrow cha\})$$

$$\text{Gex3} = (\{a,b\}, \{S,A\}, S, \{S \rightarrow Aa \mid bA ; A \rightarrow Sa \mid bS\})$$

Exercice 3

Pour chacune des grammaires suivantes, donner le langage engendré et préciser le type de la grammaire :

$$\text{Gex4} = (\{a,b\}, \{S,A,B\}, S, \{S \rightarrow aAB ; B \rightarrow SA ; Aa \rightarrow Sab ; bB \rightarrow a ; Ab \rightarrow SBb\})$$

$$\text{Gex5} = (\{/, \backslash\}, \{S, U, V\}, S, \{S \rightarrow UAV \mid UV ; A \rightarrow VSU \mid VU ; U \rightarrow / ; V \rightarrow \backslash\})$$

Exercice 4

Pour chacune des grammaires suivantes :

1. Les écrire sous forme BNF

2. Donner les arbres de dérivation associés aux mots donnés à l'exercice 3.1. dans le cas où la grammaire est de type 2 ou 3. Les représenter à l'aide des diagrammes de Conway

$$G_{ex1} = (\{a,b,c\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aSbSa \mid c\})$$

$$G_{ex2} = (\{a,b,ch,d\}, \{S,A,B,C\}, S, \{S \rightarrow BCaCbba \mid \varepsilon; A \rightarrow CaCbb \mid \varepsilon; Ca \rightarrow ba; Cbb \rightarrow da; B \rightarrow cha\})$$

$$G_{ex3} = (\{a,b\}, \{S,A\}, S, \{S \rightarrow Aa \mid bA; A \rightarrow Sa \mid bS\})$$

Exercice 5

Soit la grammaire $(\{0,1,2,3,4,5,6,7,8,9,;, -, +\}, \{S, \text{Exp}, \text{Ch}\}, S, R)$ définie par les règles suivantes :

- $S \rightarrow \text{Exp} ; S \mid \text{Exp}$
- $\text{Exp} \rightarrow \text{Exp} + \text{Exp} \mid \text{Exp} - \text{Exp} \mid \text{Ch}$
- $\text{Ch} \rightarrow 0 \mid 1 \mid 2 \mid 3 \mid 4 \mid 5 \mid 6 \mid 7 \mid 8 \mid 9$

1. Ecrire ces règles sous forme BNF
2. Donner les diagrammes de Conway correspondants

Exercice 5

Soit les deux grammaires suivantes :

- $G_{ex6} = (\{a,b,;\}, \{S,A\}, S, R1)$ avec $R1$ tel que :
 $S \rightarrow A \mid A ; S$
 $A \rightarrow aAb \mid ab$
- $G_{ex7} = (\{a,b,c\}, \{S,A,B,C\}, S, R2)$ avec $R2$ tel que :
 $S \rightarrow aAbBcC \mid \varepsilon$
 $aA \rightarrow aaA \mid aa$
 $bB \rightarrow bbB \mid bb$
 $C \rightarrow cC \mid c$

1. Donner le type de ces grammaires.
2. Décrire le langage engendré par les grammaires G_{ex6} et G_{ex7} .
3. Proposer si possible les grammaires linéaires (de type 3) équivalentes ainsi que les expressions rationnelles décrivant ces langages.

Exercice 6

Proposer les grammaires, avec les règles sous forme BNF, permettant d'engendrer les langages suivants :

- Le langage L1 dont les mots sont des suites de symboles pris dans $\{a,b,c\}$ séparés par le symbole # (qui ne peut donc pas être le dernier caractère).
Ex. : "abab#cbb#a" et "abccc" sont deux mots de ce langage.
- Le langage L2 dont les mots sont des règles possibles d'une grammaire linéaire droite G_{rd} définie par le quadruplet $\{\{a,b,c\}, \{S,A,B,C\}, S, R\}$ avec $R \subseteq L2$.
Ex. : " $A \rightarrow abA \mid c$ ", " $B \rightarrow b$ " et " $S \rightarrow bA \mid \varepsilon$ " sont trois mots de ce langage.

Exercice 7

Donner une grammaire pour les langages suivants. Préciser son type.

$$A = \{a,b,c\} \text{ et } L1 = \{w \in A^* \mid w = a^m b^n c^p; m,n,p > 0\}$$

$$A = \{a,b,c\} \text{ et } L2 = \{w \in A^* \mid w = a^p b^q c^r; p,q,r > 0; (p=q \text{ ou } q=r)\}$$

$$A = \{a,b\} \text{ et } L3 = \{w \in A^* \mid w = a^p b^q; p,q \geq 0; p \neq q\}$$

$$A = \{a,b,c\} \text{ et } L4 = \{w \in A^* \mid w = a^p b^q c^r; p,q > 0; r \geq 0; p+q \geq r\}$$

Exercice 8

Soit le vocabulaire $V = \{a, +, =\}$. Donner une grammaire hors-contexte pour le langage L dont chaque mot représente une addition correcte de deux suites de symboles a. Par exemple : "aa+aaa=aaaaa".